

Resolução comentada Lista 01

01. a) 3º grau b) -2, +5, -3 e -1 c) -2 e -1, respectivamente.

02.

a) $P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 1 - 1 = 1 - 3 + 1 - 1 = -2$

b) $P(-2) = (-2)^3 - 3 \cdot (-2)^2 + (-2) - 1 = -8 - 12 - 2 - 1 = -23$

c) $P(i) = i^3 - 3 \cdot i^2 + i - 1 = -i + 3 + i - 1 = 2$

03.

a) É óbvio que o termo independente de x é o +4, mas podemos encontrá-lo fazendo $p(0) = 0^3 + 2 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + 4 = 4$.

b) Aqui não é tão óbvio... melhor fazer $p(0) = (0+1) \cdot (0-2) - (2 \cdot 0 + 3) \cdot (1-4 \cdot 0) = -5$, então o termo independente de x é o -5.

04.

a) É óbvio que a soma dos coeficientes é $1+2+3+4=10$. Podemos encontrá-la também fazendo $p(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 4 = 1+2+3+4=10$, então a soma dos coeficientes é 10.

b) Aqui não é tão óbvio... melhor fazer $p(1) = (1+1) \cdot (1-2) - (2 \cdot 1 + 3) \cdot (1-4 \cdot 1) = 13$, então a soma dos coeficientes é 13.

05.

termo independente = $p(0) = (0^2 - 3 \cdot 0 + 4)^5 = 4^5 = 1024$

soma dos coeficientes = $p(1) = (1^2 - 3 \cdot 1 + 4)^5 = 2^5 = 32$

06.

a) O polinômio será de grau 3 quando

$$t^2 - 25 \neq 0$$

$$t^2 \neq 25$$

$$t \neq \pm 5$$

b) O polinômio será de grau 2 quando

$$t^2 - 25 = 0$$

$$t^2 = 25$$

$$t = \pm 5$$

$$t - 5 \neq 0$$

$$t \neq 5$$

Ou seja, $t = -5$.

c) O polinômio será de grau 1 quando

$$t^2 - 25 = 0$$

$$t^2 = 25$$

$$t = \pm 5$$

$$t - 5 = 0$$

$$t = 5$$

Ou seja, $t = +5$.

07.

a) $P(2) = 2^4 - 4 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0$, então 2 é raiz.

b) $P(-2) = (-2)^4 - 4 \cdot (-2)^3 + 5 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 4 = 80 \neq 0$, então -2 não é raiz.

08. -2 é raiz de p se, e somente se,

$$p(-2) = 0$$

$$2 \cdot (-2)^3 - 3 \cdot (-2)^2 - k \cdot (-2) + 8 = 0$$

$$k = 10$$

09.

1 é raiz, então

$$p(1) = 0$$

$$(2a - b) \cdot 1^4 + a \cdot 1^3 + (3b - 2a) \cdot 1^2 + 1 = 0$$

$$2a - b + a + 3b - 2a + 1 = 0$$

$$a + 2b = -1$$

-1 é raiz, então

$$p(-1) = 0$$

$$(2a - b) \cdot (-1)^4 + a \cdot (-1)^3 + (3b - 2a) \cdot (-1)^2 + 1 = 0$$

$$2a - b - a + 3b - 2a + 1 = 0$$

$$-a + 2b = -1$$

Do sistema $\begin{cases} a + 2b = -1 \\ -a + 2b = -1 \end{cases}$ temos que $a = 0$ e $b = -\frac{1}{2}$.

10.

2 é raiz, então

$$p(2) = 0$$

$$2^4 - 8 \cdot 2^2 + a \cdot 2 + b = 0$$

$$2a + b = 16$$

Por outro lado,

$$p(1) = 9$$

$$1^4 - 8 \cdot 1^2 + a \cdot 1 + b = 9$$

$$a + b = 16$$

Do sistema $\begin{cases} 2a + b = 16 \\ a + b = 16 \end{cases}$, temos que $a = 0$ e $b = 16$. Portanto, $a^5 - 4b = 0^5 - 4 \cdot 16 = -64$.

GABARITO

01. a) 3º grau b) $-2, +5, -3$ e -1 c) -2 e -1 .

02. a) -2 b) -23 c) $3 - i$

03. a) $+4$ b) -5

04. a) 10 b) 13

05. 1024 e 32

06. a) $t \neq \pm 5$ b) -5 c) 5

07. a) É raiz b) Não é raiz

08. 10

09. $0; -1/2$

10. -64

Resolução comentada Lista 04

Livro 02 - Capítulo 29 - Páginas 03 e 04

04. $Q(2) = 0 \Rightarrow 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + a = 0 \Rightarrow a = -10$. Logo, $Q(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 10$.

Logo,

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + 5x - 10 \\ -x^3 \quad + 4x \\ \hline -2x^2 + 9x - 10 \\ +2x^2 \quad - 8 \\ \hline +9x - 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - 4 \\ \hline x - 2 \end{array}$$

O resto é o polinômio $r(x) = 9x - 18$. Gabarito B.

05. Feito na videoaula 03.

06. Como o resto não é o polinômio nulo, resta que

$$\text{grau de } r(x) < \text{grau de } q(x)$$

$$1 < \text{grau de } q(x)$$

$$\text{grau de } q(x) > 1$$

Note que o grau de p é ≥ 2 . Gabarito C.

07.

$$\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$$

$$P(x) = (x^2 + x + 1) \cdot (x + 1) + (x - 1)$$

$$P(x) = x^3 + x^2 + x^2 + x + x + 1 + x - 1$$

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + 3x$$

O coeficiente do x é 3. Gabarito D.

08. Feito na videoaula 03.

09.

$$\begin{array}{r} x^4 + a^2x^2 + a^4 \\ -x^4 + ax^3 - a^2x^2 \\ \hline ax^3 + a^4 \\ -ax^3 + a^2x^2 - a^3x \\ \hline a^2x^2 - a^3x + a^4 \\ -a^2x^2 + a^3x - a^4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - ax + a^2 \\ \hline x^2 + ax + a^2 \end{array}$$

O quociente é o polinômio $Q(x) = x^2 + ax + a^2$. Gabarito E.

10.

$$\begin{array}{r}
 -x^5 + 2x^3 - x^2 + k^2 \\
 +x^5 \qquad \qquad +x^2 \\
 \hline
 2x^3 \qquad \qquad +k^2 \\
 -2x^3 \qquad \qquad -2 \\
 \hline
 k^2 - 2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overline{)x^3 + 1} \\
 -x^2 + 2
 \end{array}$$

Como P é divisível por D, então o resto é o polinômio nulo: $k^2 - 2 = 0 \Rightarrow k^2 = 2$. Isto é, k^2 é natural. Gabarito A.
11.

$$\begin{array}{r}
 5x^3 - 4x^2 + mx + n \\
 -5x^3 + 10x^2 - 5x \\
 \hline
 6x^2 + (m-5)x + n \\
 -6x^2 + 12x \qquad -6 \\
 \hline
 (m+7)x + n - 6
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overline{)x^2 - 2x + 1} \\
 5x + 6
 \end{array}$$

Como $r(x) = 3x + 2$, então $m+7=3$ e $n-6=2$, logo $m=-4$ e $n=8$. Finalmente, $m \cdot n = (-4) \cdot 8 = -32$. Gabarito B.
13.

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 4x^3 + px^2 + qx + r \\
 -x^4 - 3x^3 - 9x^2 - 3x \\
 \hline
 x^3 + (p-9)x^2 + (q-3)x + r \\
 -x^3 - 3x^2 \qquad \qquad -9x - 3 \\
 \hline
 (p-12)x^2 + (q-12)x + (r-3)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overline{)x^3 + 3x^2 + 9x + 3} \\
 x + 1
 \end{array}$$

Como a divisão é exata, então $(p-12)x^2 + (q-12)x + (r-3) = 0$, logo $p-12=0$ e $q-12=0$ e $r-3=0 \Rightarrow p=12$ e $q=12$ e $r=3$. Gabarito D.
14.

$$\begin{array}{r}
 x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx - a \\
 -x^4 \qquad \qquad -x^2 \\
 \hline
 -3x^3 + (a-1)x^2 + bx - a \\
 +3x^3 \qquad \qquad +3x \\
 \hline
 (a-1)x^2 + (b+3)x - a \\
 (-a+1)x^2 \qquad \qquad -a+1 \\
 \hline
 (b+3)x - 2a+1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overline{)x^2 + 1} \\
 x^2 - 3x + (a-1)
 \end{array}$$

Como a divisão é exata, então $(b+3)x - 2a + 1 = 0 \Rightarrow b+3=0$ e $-2a+1=0 \Rightarrow b=-3$ e $a=\frac{1}{2}$. Note que

$$2a+b = 2 \cdot \frac{1}{2} + (-3) = 1-3 = -2. \text{ Gabarito A.}$$