Resolução comentada Lista 02

01. A soma dos coeficientes é dada por $P(1)=\left(1-2\cdot 1+3\cdot 1^2\right)^3=(1-2+3)^3=2^3=8$.

02. Temos que $p(-1)=(-1)^n-(-1)-2=(+1)+1-2=0$, logo -1 é raiz. Note que $(-1)^n=+1$, pois n é par.

03. Se 1 é raiz, então $p(1)=0$. Assim, $p\left(p(1)\right)=p(0)=a\cdot 0^3+b\cdot 0^2+c\cdot 0=0+0+0=0$.

04. Como -1 é raiz de A(x), então $A(-1)=0$. Como 3 é raiz de B(x), então $B(3)=0$. Por outro lado, a igualdade $A(x)=B(x)+3x^3+2x^2+x+1$ é satisfeita para qualquer valor de x, em particular, para $x=-1$:

$$
\begin{aligned}
A(-1)&=B(-1)+3(-1)^3+2(-1)^2+(-1)+1\\
0&=B(-1)+3(-1)^3+2(-1)^2+(-1)+1\\
0&=B(-1)-3+2-1+1\\
B(-1)&=1
\end{aligned}
$$

Substituindo também x por 3 na igualdade $A(x)=B(x)+3x^3+2x^2+x+1$, obtemos

$$
\begin{aligned}
A(3)&=B(3)+3(3)^3+2(3)^2+(3)+1\\
A(3)&=0+81+18+3+1\\
A(3)&=103
\end{aligned}
$$

Finalmente, temos que $A(3)-B(-1)=103-1=102$.

05. Se 1 é raiz do polinômio dado, então $p(1)=0\Rightarrow 2\cdot 1^3-a\cdot 1^2-2\cdot 1=0\Rightarrow 2-a-2=0\Rightarrow a=0$.
Então, $p(x)=2x^3-0x^2-2x=2x^3-2x$. Fatorando, temos:

$$
\begin{aligned}
p(x)&=2x^3-2x && \text{Colocando 2x em evidência}\\
&=2x\cdot\left(x^2-1\right)\\
&=2x\cdot\left(x^2-1^2\right) && \text{Usando a fatoração diferença de quadrados } a^2-b^2=(a+b)(a-b)\\
&=2x\cdot(x+1)\cdot(x-1)
\end{aligned}
$$

Resolução comentada Lista 03

01. O polinômio $p(x)$ é identicamente nulo quando todos os seus coeficientes são iguais a zero: $a+b+c=0$, $a-b=0$ e $c-3=0$. De $c-3=0$, obtemos que $c=3$. Substituindo $c=3$ na primeira equação obtemos que $a+b+3=0$, logo $a+b=-3$. Resolvendo o sistema $\begin{cases} a+b=-3 \\ a-b=0 \end{cases}$, encontramos que $a=-\frac{3}{2}$ e $b=-\frac{3}{2}$. Portanto, $a=-\frac{3}{2}$, $b=-\frac{3}{2}$ e $c=3$.

02. Os polinômios são idênticos quando possuem coeficientes ordenadamente iguais:

$a+2=5 \Rightarrow a=3$

$a+b=4 \Rightarrow 3+b=4 \Rightarrow b=1$

$c+3=-7 \Rightarrow c=-10$

03. Substituindo os polinômios f, g e h na expressão $h=af+bg$, temos que

$$h=af+bg$$
$$2x^3+5x=a\cdot x+b\cdot\left(x+x^3\right)$$
$$2x^3+5x=a\cdot x+bx+bx^3$$
$$2x^3+5x=bx^3+a\cdot x+bx$$
$$2x^3+5x=bx^3+(a+b)\cdot x$$

Da igualdade de polinômios temos que $b=2$ e $a+b=5$. Portanto, $a+2=5 \Rightarrow a=3$.

04.

$$\frac{a}{x-3}+\frac{b}{x+1}=\frac{3x-5}{x^2-2x-3}$$
$$\frac{x+1}{x+1}\cdot\frac{a}{x-3}+\frac{b}{x+1}\cdot\frac{x-3}{x-3}=\frac{3x-5}{x^2-2x-3}$$
$$\frac{ax+a}{x^2-3x+x-3}+\frac{bx-3b}{x^2-3x+x-3}=\frac{3x-5}{x^2-2x-3}$$
$$\frac{ax+a}{x^2-2x-3}+\frac{bx-3b}{x^2-2x-3}=\frac{3x-5}{x^2-2x-3}$$
$$ax+a+bx-3b=3x-5$$
$$ax+bx+a-3b=3x-5$$
$$(a+b)x+(a-3b)=3x-5$$

Da igualdade de polinômios temos que $a+b=3$ e $a-3b=-5$. Resolvendo o sistema, obtemos que $a=1$ e $b=2$.

05. Substituindo...

$$D(x)=A(x)-B(x)\cdot C(x)$$
$$D(x)=\left(x^2+2x+1\right)-\left(x^3-4\right)\cdot\left(x^4+4x^3+x^2-5x\right)$$
$$D(x)=\left(x^2+2x+1\right)-\left(x^7+4x^6+x^5-5x^4-4x^4-16x^3-4x^2+20x\right)$$
$$D(x)=x^2+2x+1-x^7-4x^6-x^5+5x^4+4x^4+16x^3+4x^2-20x$$
$$D(x)=-x^7-4x^6-x^5+5x^4+4x^4+16x^3+4x^2+x^2-20x+2x+1$$
$$D(x)=-x^7-4x^6-x^5+9x^4+16x^3+5x^2-18x+1$$